

Liceo Scientifico Morgagni di Roma

Programma di Matematica

classe 5 H

a.s.: 2024-25.

1. **Funzioni reali di variabile reale:** definizione di funzione, classificazione delle funzioni, dominio di una funzione, funzioni uguali, zeri e segno di una funzione.
2. **Proprietà delle funzioni:** funzioni iniettive, suriettive e biunivoche; funzioni crescenti, decrescenti, monotone, funzioni periodiche, funzioni pari e funzioni dispari, funzioni trascendenti, funzioni inverse, grafici delle funzioni inverse, funzione composta.
3. **Limiti di funzioni:** definizione di intervalli, intorno di un punto, intorno di infinito, punti isolati e punti di accumulazione, definizione e significato del limite finito, per x tendente ad un valore finito, di una funzione, verifica dell'esistenza del predetto limite, limite destro e sinistro, definizione e significato geometrico del limite (pari ad infinito positivo), per x tendente ad un valore finito, di una funzione; verifica dell'esistenza del predetto limite, significato ed interpretazione geometrica di un limite pari ad infinito negativo, per x tendente ad un valore finito, di una funzione, limiti destro e sinistro infiniti e relativo studio del segno. Asintoti verticali (definizione e interpretazione geometrica); definizione e interpretazione geometrica del limite finito, per x tendente ad infinito, di una funzione; verifica dell'esistenza del predetto limite; asintoti orizzontali (definizione e interpretazione geometrica); definizione e significato geometrico del limite infinito, per x tendente ad infinito, di una funzione; verifica dell'esistenza del predetto limite; teoremi sui limiti: teorema di unicità del limite; teorema della permanenza del segno; teorema del confronto.
4. **Calcolo dei limiti:** limiti di funzioni elementari, limite di una somma e di una differenza di funzioni, relative forme di indecisione, limite di un prodotto e limite di un quoziente, relative forme di indecisione, limite della potenza di una funzione, limite di funzioni del tipo $f(x)^{g(x)}$, relative forme di indecisione, limite delle funzioni composte, forme di indecisione e tecniche risolutive per: limite di una funzione polinomiale, irrazionale, razionale fratta, esponenziale (mediante uso della relazione $f(x)^{g(x)} = e^{\ln [f(x)]^{g(x)}}$); limiti notevoli: limiti di funzioni goniometriche (con dimostrazione); limite che tende al numero di Nepero; limite di funzioni esponenziali e logaritmiche (con dimostrazione); limiti generalizzati.
7. **Funzioni continue:** definizione; condizione di continuità di una funzione in un punto; continuità nel dominio; il teorema di Weierstrass; il teorema dei valori intermedi; il teorema di esistenza degli zeri; punti di discontinuità di una funzione; discontinuità e singolarità; punti di discontinuità di prima specie, di seconda specie, di terza specie o eliminabile.
8. **Asintoti:** significato geometrico di asintoto, condizioni di esistenza di un asintoto verticale, di un asintoto orizzontale, di un asintoto obliquo; ricerca degli asintoti.

9. **Grafico probabile di una funzione:** campo di definizione, zeri e studio del segno, intersezioni con l'asse delle ordinate, identificazione di eventuali proprietà della funzione, ricerca e classificazione di eventuali discontinuità, ricerca di asintoti verticali, asintoti orizzontali, asintoti obliqui; eventuali intersezioni al finito con gli asintoti.
10. **Derivata di una funzione:** problema del calcolo della tangente ad una funzione trascendente; definizione di retta tangente ad una curva in un punto; definizione di rapporto incrementale; significato geometrico del limite (per incremento della variabile indipendente tendente a zero) del rapporto incrementale e definizione di funzione derivata; funzione derivata e derivata di una funzione in un punto; condizione di derivabilità di una funzione in un punto; calcolo della derivata di una funzione mediante applicazione del limite del rapporto incrementale; derivata sinistra e derivata destra; condizione di derivabilità; continuità e derivabilità; equazione della retta tangente ad una funzione in un punto.
11. **Derivate fondamentali:** derivata di una costante, derivata della funzione potenza, derivate delle funzioni goniometriche, derivate delle funzioni goniometriche inverse, derivata della funzione esponenziale, derivata della funzione logaritmica, formule generalizzate; derivata di una funzione composta; derivata di $f(x)^g(x)$ (con dimostrazione della deduzione della funzione derivata).
12. **Operazioni con le derivate:** derivata del prodotto di una costante per una funzione, derivata della somma o della differenza di due funzioni, derivata del prodotto di funzioni, derivata del quoziente di funzioni, derivata di una funzione composta, derivata di $f(x)^g(x)$; derivate di ordine superiore al primo; determinazione della retta tangente alla funzione in un punto; retta tangente parallela all'asse delle ascisse e definizione di punti stazionari; retta normale ad una curva; grafici tangenti.
13. **Punti di non derivabilità:** flessi a tangente verticale, cuspidi, punti angolosi.
14. **Teoremi del calcolo differenziale:** differenziale di una funzione, teorema di Rolle; teorema di Lagrange; funzioni crescenti e decrescenti e derivate prime; teorema di Cauchy; teorema di De L'Hopital.
15. **Massimi, minimi e flessi:** massimi e minimi assoluti; massimi e minimi relativi; flessi (definizione e classificazione); concavità di una funzione; definizione di tangente inflessionale; massimi, minimi e flessi a tangente orizzontale e derivata prima: il teorema di Fermat; ricerca di massimi e minimi relativi mediante derivata prima; punti stazionari di flesso orizzontale; non derivabilità di una funzione; ricerca di massimi e minimi nei punti di non derivabilità; condizione necessaria per i flessi; problemi di ottimizzazione: concetto di funzione obiettivo; analisi dei vincoli; determinazione dei massimi e minimi di una funzione; accettabilità delle soluzioni in base alle condizioni poste dal problema.
16. **Studio delle funzioni:** schema di analisi generale; studio applicato alle seguenti funzioni: funzioni polinomiali; funzioni razionali fratte; funzioni irrazionali; funzioni esponenziali; funzioni logaritmiche; funzioni goniometriche; funzioni goniometriche inverse, funzioni con valori assoluti.
17. **Integrali indefiniti:** definizione di funzione primitiva; teorema sulle famiglie di primitive e interpretazione geometrica; integrale indefinito; definizione di funzione integrabile; condizione sufficiente di integrabilità; proprietà dell'integrale indefinito: prima e seconda proprietà di linearità.

18. **Integrali indefiniti immediati:** integrale di una potenza; integrale della funzione esponenziale; integrale delle funzioni goniometriche; integrale delle funzioni le cui primitive sono le funzioni goniometriche inverse; integrale delle funzioni la cui primitiva è una funzione composta.

19. **Metodi di integrazione:** integrazione per sostituzione; integrazione di funzioni razionali fratte con numeratore di grado superiore al denominatore; integrazione di funzioni razionali fratte con denominatore di secondo grado (e numeratore di grado inferiore: tecniche risolutive relative ai differenti casi con discriminante positivo, nullo o negativo); caso con denominatore di grado superiore al secondo; integrazione per parti.

20. **Integrali definiti:** definizione generale di un integrale definito; proprietà dell'integrale definito; teorema della media; definizione di funzione integrale; teorema fondamentale del calcolo integrale (teorema di Torricelli- Barrow); calcolo dell'integrale definito (formula di Leibniz-Newton); il calcolo delle aree: area compresa tra una curva e l'asse x; area compresa tra due curve; area compresa tra una curva e l'asse y; calcolo dei volumi: volume di un solido di rotazione; volume di un solido con il metodo delle sezioni.

21. **Integrali impropri:** integrale di una funzione con un numero finito di punti di discontinuità in un intervallo chiuso e limitato; integrale di una funzione in un intervallo illimitato.